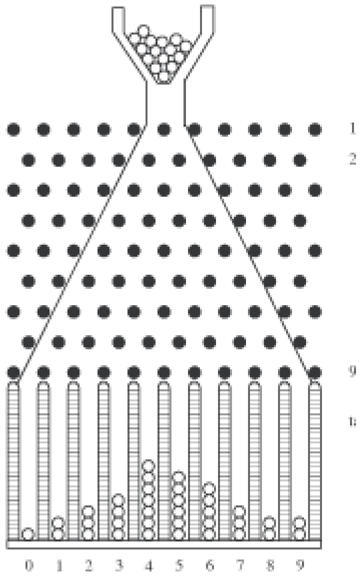
Visszatevéses mintavétel

HIBÁS VAGY JÓ?

1. feladat

A Galton-deszka eredeti alakjában olyan deszka, amire egymással párhuzamos sorokba rendezett szögek vannak elhelyezve (szögsorok), mégpedig úgy, hogy egy adott szögsor szögei mindig a megelőző sor szögei közti intervallumok középpontjai alá esnek egymástól egyenlő távolságban.

Az általában függőlegesen vagy lejtősen felállított deszkára egy, az első szögsor középső szöge felé, a szögsorokra merőlegesen irányított tölcséren keresztül apró golyókat lehet bocsátani, amelyeknek az átmérője egyforma és csak kevéssel kisebb, mint a szögek közti távolság. A leguruló golyók nekiütközve az első szögsor szögének, ott véletlenszerűen jobbra vagy balra térnek el. Akármelyik irányba is tért el egy leguruló golyó, a szögek közti „csatornákon" továbbjutva ismét beleütközik a következő szögsor valamelyik szögébe, ahol ismét véletlenszerűen jobbra vagy balra tér el s így tovább, míg végül a deszka utolsó szögsorán való ütközés után a golyó a deszka alján levő tartálysor valamelyik tartályába kerül. (1. ábra)



1. ábra

Kiszámoljuk, hogy az 1. ábrán jelzett helyekre (**k** = 0, 1, 2..., 9) mekkora eséllyel érkezik a golyó. Természetesen visszatevéses mintavételről van szó.

Táblázatba foglaljuk és diagramban ábrázoljuk a valószínűségeket **k** függvényében.

Ha a **k.** helyre érkezik a golyó, akkor út közben **k**-t lépett jobbra, (10−**k**)-t balra. Bármelyik irányba lép, $\frac{1}{2}$ a valószínűsége.

A **k.** helyre érés valószínűsége:

$$\binom{10}{k} \cdot (0{,}5)^{k} \cdot (0{,}5)^{10-k} = \binom{10}{k} \cdot 0{,}5^{10} = \mathbf{0{,}0009765625} \cdot \binom{\mathbf{10}}{\mathbf{k}}$$

Táblázat:

Esemény (k) (ennyiszer tér el a golyó jobbra)	Valószínűség
0	0,00098
1	0,00977
2	0,04395
3	0,11719
4	0,20508
5	0,24609
6	0,20508
7	0,11719
8	0,04395
9	0,00977

Diagram: