Skaláris szorzás vektorkoordinátákkal

KÉT PONT TÁVOLSÁGA

1. feladat

Adott az $\mathbf{a}(5;\ 4)$ és a $\mathbf{b}(4;\ -5)$ vektor. Megadunk olyan $\mathbf{c}$ vektort,

a) amelyik $\mathbf{a}$-val párhuzamos,

Bármely k valós szám esetén a $k\mathbf{a} = (5k; 4k)$ vektor megfelel a $\mathbf{c}$ vektornak. (Végtelen sok lehetőség van.)

b) $\mathbf{a}$-ra merőleges,

Mivel **a** vektor és **c** vektor merőlegesek egymásra, **ac**=0. Ugyanakkor $\mathbf{ac} = \mathrm{a}_1 c_1 + \mathrm{a}_2 c_2 = 5\mathrm{c}_1 + 4c_2$, c_1 helyébe tetszőleges számot beírva, kiszámolható a c_2.
Ha például $c_1 = 20$, akkor rövid számolás után kiderül, hogy $c_2 = -25$. Észre lehet venni, hogy a $20 = 4 \cdot 5$, a $25 = 5 \cdot 5$. Vagyis a **c** vektor lehet akár a (4;-5) vektor is (meg számtalan másik is). Itt pedig azt lehet észrevenni, hogy a **c** vektor koordinátái megkaphatók az **a** vektor koordinátáiból úgy, hogy a két koordinátát felcseréljük, és az egyiket ellentett előjellej vesszük.

c) amelyre $\mathbf{ac} = 9$,

Például a $\mathbf{c}(1; 1)$ vektor megfelel. (Végtelen sok lehetőség van.)

d) amelyre $\mathbf{bc} = -10$,

Például a $\mathbf{c}(0; 2)$ vektor megfelel. (Végtelen sok lehetőség van.)

e) amelyre $(\mathbf{ab})\mathbf{c} = \mathbf{a}(\mathbf{bc})$.

Mivel $\mathbf{ab} = 5 \cdot 4 + 4 \cdot (-5) = 0$, az egyenlőség bal oldalán $0\mathbf{c}$, azaz a nullvektor áll. Ezek szerint a jobb oldalon is a nullvektornak kell állnia. Az $\mathbf{a}$ vektor nem nullvektor, ezért a $\mathbf{bc}$ skaláris szorzatnak kell nullának lennie. Tehát bármely $\mathbf{b}$-re merőleges vektor megfelel $\mathbf{c}$ vektornak. Lehet $\mathbf{c}$ a nullvektor, de jó például a $\mathbf{c} = \mathbf{a}$ választás is. (Végtelen sok lehetőség van.)