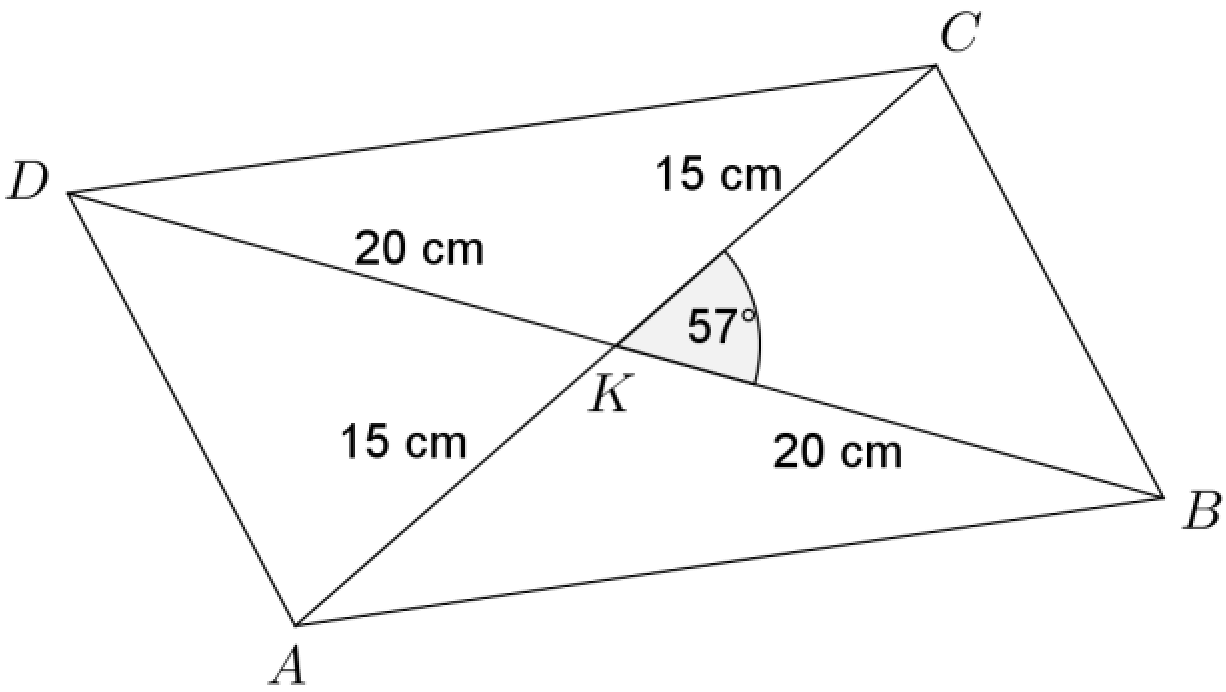
Kerület és terület kiszámítása a szinusztétel és a koszinusztétel segítségével

1. feladat

Ábra:



A paralelogramma területe:

A paralelogramma középpontosan szimmetrikus négyszög. Emiatt átlói kölcsönösen felezik egymást, az egymással szemközti szögei, illetve oldalai egyenlők, a szemközti oldalai pedig párhuzamosak egymással.

A két átló négy egyenlő területű háromszögre bontja a paralelogrammát, ezért elegendő egy háromszög területét kiszámítani és azt megszorozni 4-gyel.

Ezt az adatok birtokában akár azonnal meg is tehetjük:

$$\boldsymbol{T_{paralelogramma}} = 4 \cdot \frac{15 \cdot 20 \cdot \sin 57°}{2} = \frac{1200 \cdot 0{,}8387}{2} = 600 \cdot 0{,}8387 \approx \mathbf{503\ (cm^2)}$$

Megjegyzés: Ellenőrizd, hogy ugyanezt kapod-e akkor is, ha kiszámítod a $\frac{30 \cdot 40 \cdot \sin 57°}{2}$ tört értékét! Ez azt jelenti, hogy a paralelogramma területe a két átló hosszának és az általuk bezárt szögnek az ismeretében azonnal kiszámítható. Ez nemcsak a paralelogramma, de minden konvex négyszög esetében igaz megállapítás!

A paralelogramma kerülete:

A továbbiakban az ábra jelöléseit használjuk.

A *BKC* háromszögben a *BC* oldalra felírhatjuk a koszinusztételt:

$$BC^2 = 15^2 + 20^2 - 2 \cdot 15 \cdot 20 \cdot \cos 57°$$

$$BC^2 \approx 625 - 326{,}8$$

$$BC \approx \sqrt{298{,}2}$$

$$BC \approx 17{,}3\ (\mathrm{cm})$$

A *CD* oldal kiszámítása szintén koszinusztétellel lehetséges. Ehhez vedd észre, hogy a *CDK* háromszög *K* csúcsnál fekvő szöge az 57°-os szög mellékszöge, ezért 123°-os.

$$CD^2 = 15^2 + 20^2 - 2 \cdot 15 \cdot 20 \cdot \cos 123°$$

$$CD^2 \approx 625 - (-326{,}8) = 625 + 326{,}8$$

$$CD \approx \sqrt{951{,}8}$$

$$CD \approx 30{,}9\ (\mathrm{cm})$$

Ezek ismeretében:

$$\boldsymbol{K_{paralelogramma}} = 2 \cdot BC + 2 \cdot CD = 2 \cdot 17{,}3 + 2 \cdot 30{,}9 = \mathbf{96,4\ (cm)}$$

A paralelogramma kerülete tehát 96,4 cm.