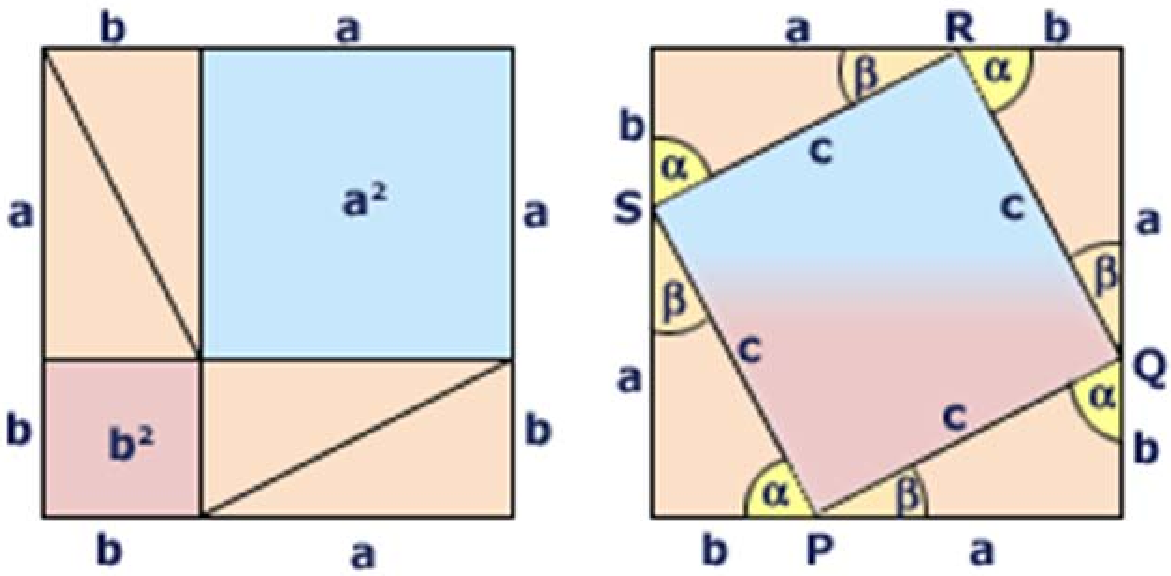
Pitagorasz-tétel

AMIRŐL MÁR AZ ÓKORI GÖRÖGÖK IS BESZÉLTEK

1. feladat

A Pitagorasz-tételt többféleképpen bizonyították már, de a legszemléletesebb az alábbi ábra segítségével történő bizonyítás.



Bizonyítás:

A két négyzet területe azonos: $T_1 = T_2$, mivel mindegyik $(a + b)$ oldalhosszúságú. A két négyzetet különböző módon osztjuk fel (ld. ábra).

Az 1. négyzetben így 4 db egybevágó a és b oldalú derékszögű háromszög, valamint egy a oldalú és egy b oldalú négyzet keletkezik.

A 2. négyzetben szintén 4 db egybevágó a és b oldalú derékszögű háromszög, valamint egy c oldalú négyszög van. Tudjuk, hogy a derékszögű háromszög két szögének, α-nak és β-nak az összege $90°$. A négyszög szögét $\alpha + \beta$ egyenesszögre, azaz $180°$-ra egészíti ki, ezért a négyszög szöge is $90°$. Ebből adódóan a négyszög egy c oldalú négyzet.

Ha az első négyzetből elvesszük a 4 db derékszögű háromszöget, akkor a két négyzet marad:

$$T_1 - 4 \cdot T = a^2 + b^2$$

Ha a második négyzetből elvesszük a 4 db derékszögű háromszöget, akkor a c oldalú négyzet marad:

$$T_1 - 4 \cdot T = c^2$$

Mivel a két egyenlet bal oldala azonos, akkor a jobb oldalai is egyelőek. Ebből következően:

$$\mathbf{a^2 + b^2 = c^2}$$

A Pitagorasz tételt bizonyítottuk.